72 の法則

2025 年 9 月 2 日　椿 耕太郎

この図を含む文章の著作権は椿耕太郎にあり、クリエイティブ・コモンズ 表示 - 非営利 - 改変禁止 4.0 国際 ライセンス https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.ja の下に公開する。最新版は https://camelllia.net で公開している。

72 の法則として、資産が二倍になるまでの年数と利回りの関係を、資産運用の説明ではよく耳にする。72 を年当たりの利回り (%) で割ると、資産が二倍になるまでの年数が近似的に求められる。例えば年 24 % の利回りが得られれば、72 / 24 = 3 と約 3 年で資産が二倍になることが計算できる。

この 72 の法則がどの程度正しいのか、二倍ではなく三倍や 1.5 倍ではどんな形となるのか、積立投資ではどうか、を調べていく。

1　一括投資

一括投資でまとめて全額を投資した場合を 72 の法則は表しているので、まず一括投資の場合から見ていこう。

1.1　二倍になるまでの年数と利回りの関係

二倍になるまでの年数と利回りの関係の 72 の法則で知られている近似の関係が、どの程度正しいのか見てみよう。近似の式は、年の利回りを y %、二倍になるまでの年数を T とすると、次式で表される。

$$T = \frac{72}{y} \tag{1}$$

一括でまとめて投資した資産が二倍になるまでの年数はどのように求められるだろうか。まず、T 年後の資産額から計算する。始めの資産額が年に y % 増えるので 1 年目は次のように求められる。

$$(\text{1年目の資産額}) = (\text{始めの資産額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right) \tag{2}$$

上式で y は % であるので 100 で割り 1 に足している。例えば 10 % 増えるのであれば 1 + 0.1 = 1.1 と一年で 1.1 倍になる。

2 年目には 1 年目の資産にさらに y % の利回りがかかるので次のように計算される。1 年目の資産額には先に求めた式 (2) を代入する。

$$(\text{2年目の資産額}) = (\text{1年目の資産額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)$$

$$= (\text{始めの資産額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)$$
$$= (\text{始めの資産額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)^2$$

毎年利回りがかかるので、T 年目の資産額は次のようになる。

$$(T\text{年目の資産額}) = (\text{始めの資産額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)^T \tag{3}$$

始めの資産額に比べて T 年後に二倍になっているので次の関係になる。ここに式 (3) を入れて変形していく。

$$(T\text{年目の資産額}) = 2 \times (\text{始めの資産額})$$
$$(\text{始めの資産額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)^T = 2 \times (\text{始めの資産額})$$
$$\left(1 + \frac{y}{100}\right)^T = 2$$
$$T = \log_{(1+y/100)} 2$$

上式のように二倍になるまでの年数 T と利回り y の関係が求められた。しかし、log の底に変数が入っていると関数電卓や表計算ソフトでも計算ができないので、log の底が 10 になるように変形する。log の底を変える方法については後付録 A に詳細な説明をしている。

$$T = \log_{(1+y/100)} 2$$
$$T = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10}(1 + y/100)} \tag{4}$$

上式 (4) の形であれば表計算ソフトなどでも計算ができる。この正しい値を示している式と比べることで、72 を利回りで割った式 (1) がどの程度正確であるか、グラフを使って確認しよう。

1.2 グラフで正確さの確認

正しい関係を表している式 (4) と、近似を表している 72 の法則の式 (1) を、必要年数と利回りのグラフに描いた (図 1)。

図中の青い実線が正しい値を示している式 (4) の値で、水色の点線が近似を表している 72 の法則の式 (1) の値である。青い実線と水色の点線はほぼ重なっていて、72 の法則はよい近似であることがわかる。より詳しく差を表すため、右軸に誤差 ((正しい値 - 近似値) / 正しい値 ×100) をとり赤色の実線で誤差を同じグラフ中に示している。誤差は利回り 8 % 付近で 0 % であり、ほぼ正確な値をしめしている。利回り 19 % では誤差は 5 % 程度で必要年数が 4 年程度であるから、4 年の 5 % で 0.2 年、2.4 ヶ月程度と、二倍になる期間を概算するには十分な小ささだろう。

割る数字が 72 からずれたら誤差はどうなるだろうか。同じ図 1 に 70 から 74 を割った場合の正しい値との誤差をそれぞれ異なる色の点線で示している。72 では利回り 8 % 付近で一番正確であったが、71 では 5 % 付近、73 では

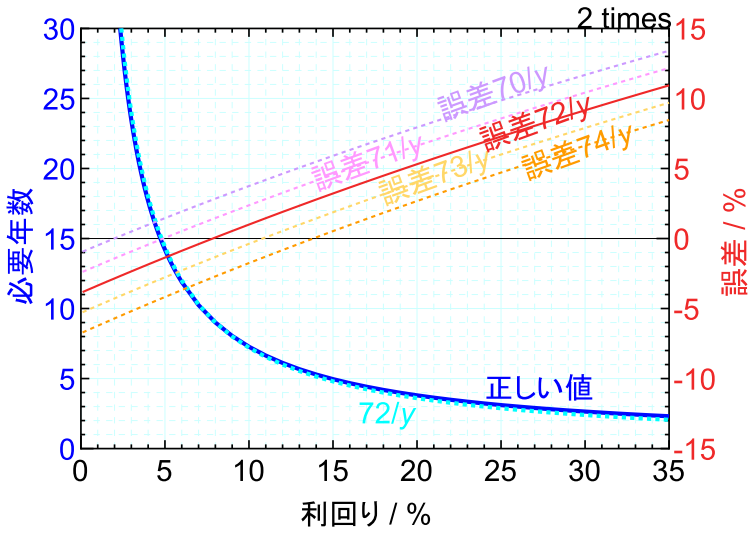

図 1 72 の法則の近似

11 % 付近で一番正確な値となる。72 ではなく、73 や 74 を割った年数でも実用上問題はなさそうではあるが、利回りで割る際には 72 が約数が多いため計算しやすいという点では一番使いやすいのかもしれない。

1.3　三倍になるまでの年数と利回りの関係

三倍になるまでの年数と利回りの関係はどのように表されるだろうか。図 2 に先ほどと同じように正しい値と近似として 114 を利回りで割った値のグラフを示している。正しい値を示している青い実線と、114 を利回りで割った近似の水色の点線は良い一致を示しているように見える。図 1 と同じように利回りが 8 % 程度で誤差が 0 % 程度になっており、全体での誤差の程度も近い。三倍になるまでの年数は 114 を利回りで割ればある程度の精度で求められると言えるだろう。

1.5 倍になるまでの年数と利回り、誤差との関係を図 3 に示す。1.5 倍になるまでの年数は 42 を利回りで割ることである程度の精度で求められることが分かる。

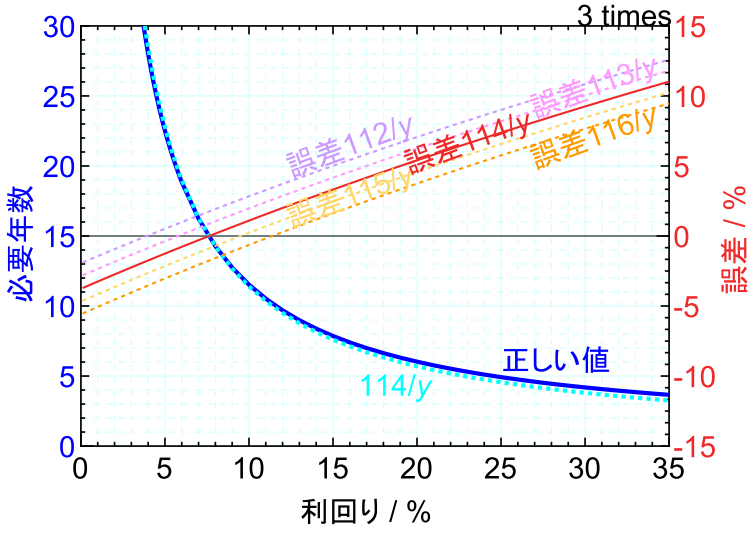

図 2 3 倍の近似

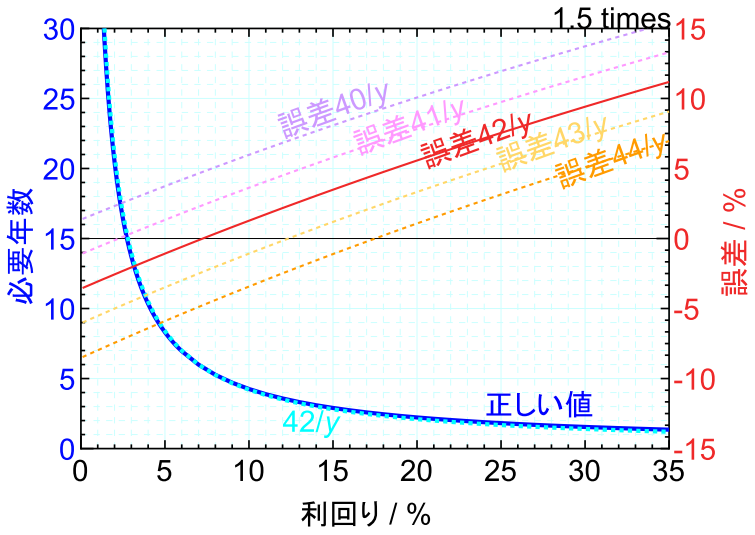

図 3 1.5 倍の近似

2　積立投資

積立投資として、定期的に定額を積み立てる場合の計算は少し難しい。まず、積立投資において資産額が入金額の二倍になる年数を計算していこう。一年に一回入金して、年の利回りを y % として考える。1 年目の資産額を計算しよう。年初に入金するとして利回りのかかった年末の額を計算する。

$$(\text{1年目の資産額}) = (\text{一回の入金額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)$$

2 年目の資産額は 1 年目の資産額に一回の入金額が加わり、さらに y % の利回りがかかるので次のように表される。

$$\begin{aligned}(\text{2年目の資産額}) &= \{(\text{1年目の資産額}) + (\text{一回の入金額})\} \times \left(1 + \frac{y}{100}\right) \\ &= \left\{(\text{一回の入金額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right) + (\text{一回の入金額})\right\} \times \left(1 + \frac{y}{100}\right) \\ &= (\text{一回の入金額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)^2 + (\text{一回の入金額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)\end{aligned}$$

T 年目の資産額は、毎年、一回の入金額が加わり y % の利回りがかかるので次のように表される。等比数列となるので等比数列の和の公式を用いて変形する。

$$\begin{aligned}(T\text{年目の資産額}) &= (\text{一回の入金額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)^T + (\text{一回の入金額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)^{T-1} + \cdots \\ &\qquad + (\text{一回の入金額}) \times \left(1 + \frac{y}{100}\right) \\ &= \frac{(\text{一回の入金額}) \times \left\{\left(1 + \frac{y}{100}\right)^T - 1\right\}}{\frac{y}{100}}\end{aligned}$$

T 年目の入金額は次式で表される。

$$(T\text{年目の入金額}) = (\text{一回の入金額}) \times T$$

資産額が入金額の 2 倍になる年数を知りたいので、次式を変形していく。

$$(T\text{年目の入金額}) \times 2 = (T\text{年目の資産額})$$

$$(\text{一回の入金額}) \times T \times 2 = \frac{(\text{一回の入金額}) \times \left\{ \left(1 + \frac{y}{100}\right)^T - 1 \right\}}{\frac{y}{100}}$$

$$2T = \frac{\left(1 + \frac{y}{100}\right)^T - 1}{\frac{y}{100}}$$

上式のように T と y の関係が求められたが、上式の形から左辺にのみ T がある $T = \cdots$ の形に変形することはできない。グラフを書くために、パソコンを使いニュートン法で y を 0.01 刻みで計算した。

図 4 に積立投資で入金額になるまでの利回りと年数の関係と、72 の法則と同じ形で、124/y、132/y、140/y を利回り y で割った値で求めた線を一緒に描いている。図のように一括投資のようにきれいな近似は見られない。72 の法則の図 1 では、利回りが 0 % - 20 % の範囲では誤差が ±5 % 程度以内に収まっているが、132/y の近似では金利 20 % で誤差が 15 % 近く、必要な年数では一年以上のずれがある。

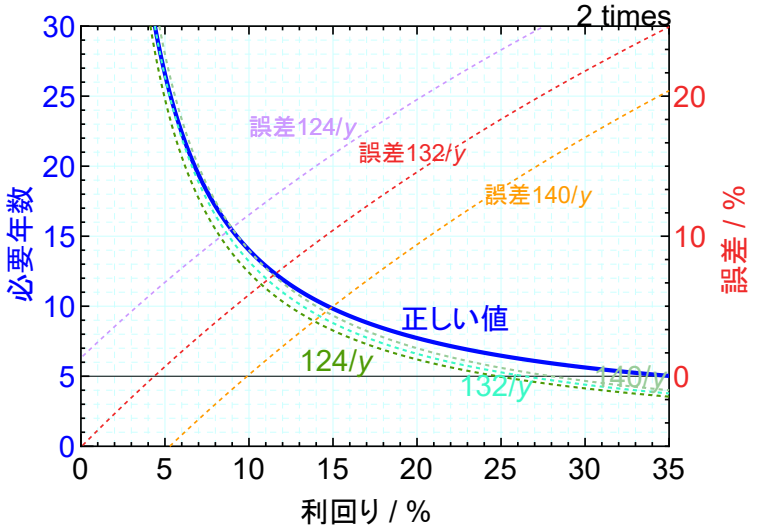

図 4 積立の近似

そこで式の形を変えて (定数／利回り＋定数) の形で考えると、かなりよい予測ができる。次式で表される関係と比較してみよう。

$$T = \frac{125}{y} + 1.5 \tag{5}$$

図 5 に上式による近似との比較を示している。赤い線が正しい値、青い点線が上式による近似の値、また定数を 120、

124、125、126、130 にした場合の誤差を右軸で表している。式 (5) による近似はグラフ中の全ての範囲で ±1 少し形は複雑になってしまうが、積立投資の場合は 125 を利回りで割って一年半をたす「125 たす 1.5 の法則」で良い近似ができる。

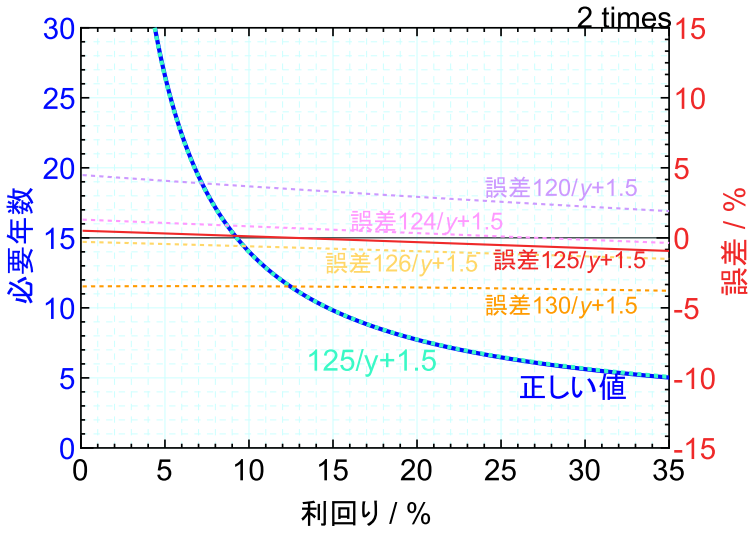

図 5 積立の近似誤差

付録 A　log の底を変える

log の底を変える方法を求めるために、まず log の意味を確認する。

次の log の式から考える。

$$\log_a A = x \tag{6}$$

log は底の何乗であるかを表す記号で、上式であれば A は a の何乗であるかを表していて、x とイコールで結ばれているので、A は a の x 乗であることを表している。異なる式で表すと次のようになる。

$$a^x = A \tag{7}$$

log の底を変えるための関係を導くために、式 (7) の両辺を b を底として log をとる。

$$\begin{aligned}
\log_b a^x &= \log_b A \\
x \log_b a &= \log_b A \\
x &= \frac{1}{\log_b a} \log_b A \qquad \text{ここで式(6)を代入} \\
\log_a A &= \frac{1}{\log_b a} \log_b A
\end{aligned} \tag{8}$$

左辺の a を底にした log から右辺の b を底にした log に $(1/\log_b a)$ を掛けると変えることができる。